

## ANÁLISE DE AGRUPAMENTOS (Cluster Analysis)

1

- Termo usado para descrever diversas técnicas numéricas cujo propósito fundamental é classificar os valores de uma matriz de dados sob estudo em grupos discretos.
- A técnica classificatória multivariada pode ser utilizada quando se deseja explorar as similaridades entre casos, indivíduos ou objetos (modo Q) ou entre variáveis (modo R) definindo-os em grupos, considerando simultaneamente, no primeiro caso, todas as variáveis medidas em cada indivíduo e, no segundo, todos os indivíduos nos quais foram feitas as mesmas mensurações.
- Procura-se por agrupamentos homogêneos de itens representados por pontos num espaço n-dimensional em um número conveniente de grupos relacionando-os através de coeficientes de similaridades ou de correspondências.

2

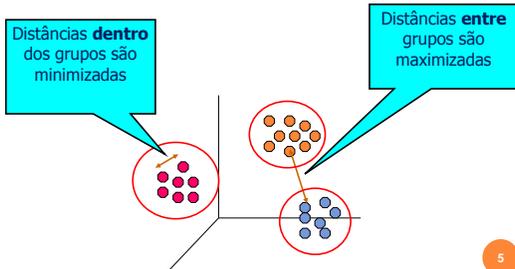
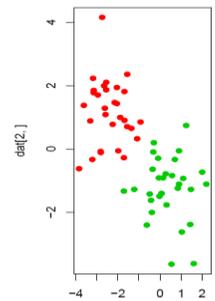
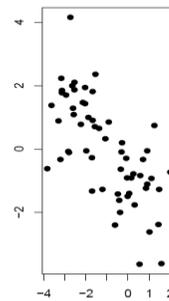
$$X_{i,j} = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & \dots & x_{1,n} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & \dots & x_{2,n} \\ x_{3,1} & x_{3,2} & \dots & x_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m,1} & x_{m,2} & \dots & x_{m,n} \end{bmatrix}$$

$$R_{i,j} = \begin{bmatrix} v_{1,1} & v_{1,2} & \dots & v_{1,n} \\ v_{2,1} & v_{2,2} & \dots & v_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{n,1} & v_{n,2} & \dots & v_{n,n} \end{bmatrix}$$

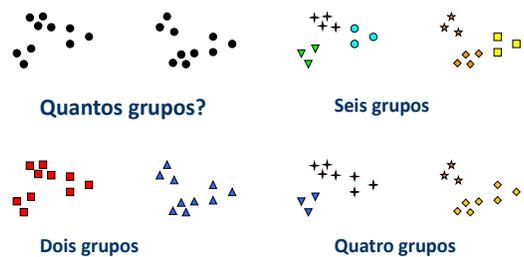
$$Q_{i,j} = \begin{bmatrix} o_{1,1} & o_{1,2} & o_{1,3} & \dots & o_{1,m} \\ o_{2,1} & o_{2,2} & o_{2,3} & \dots & o_{2,m} \\ o_{3,1} & o_{3,2} & o_{3,3} & \dots & o_{3,m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ o_{m,1} & o_{m,2} & o_{m,3} & \dots & o_{m,m} \end{bmatrix}$$

OBJETIVO: AGRUPAR OBJETOS DE ACORDO  
COM SUAS SEMELHANÇAS

“Cluster”:  
Agrupamento de objetos semelhantes entre si e separados de outros objetos



5



6

## MÉTODOS DE CLASSIFICAÇÃO

- **Métodos de partição:** classificam regiões no espaço, definido em função de variáveis, que sejam mais densamente ocupados, em termos de observações, daqueles com ocupação mais esparsa.
- **Métodos com origem arbitrária:** procuram classificar as observações segundo "k" conjuntos previamente definidos; neste caso "k" pontos arbitrários servirão como centróides iniciais e as observações irão se agrupando, por similaridade, em torno desses centróides para formar agrupamentos.
- **Métodos por similaridade mútua:** procuram agrupar observações que tenham uma similaridade comum com outras observações;

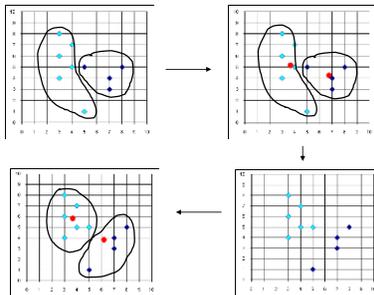
7

## ○ Método "k"

- Preliminarmente decidir em quantos grupos (k) o conjunto inicial de dados sera dividido.
- Atribuir a cada grupo um centroide para iniciar o processo de partição.
- Cada elemento do conjunto inicial de dados é comparado com cada centroide, por meio de uma medida de distância; o critério para um elemento ser alocado num determinado grupo é a sua menor distância em relação ao centróide.

8

Após esta primeira verificação, recalculer exaustivamente a posição dos centróides até que todos os elementos estejam perfeitamente alocados em seus respectivos grupos.



9

## METODOLOGIA PARA AGRUPAMENTOS HIERÁRQUICOS

- Técnicas mais comumente usadas
- A partir de uma matriz inicial de dados obtém-se uma matriz simétrica de similaridades e inicia-se a detecção de pares de casos em função do coeficiente de similaridade escolhido;
- Para essa combinação, escolhe-se, segundo níveis hierárquicos de similaridade, entre os diversos procedimentos aglomerativos de tal modo que cada ciclo de agrupamento obedeça a uma ordem sucessiva no sentido do decréscimo de similaridade

10

- Partindo de uma matriz inicial de dados [n x p], feitas as comparações entre linhas, obtém-se uma matriz inicial de coeficiente de similaridade [n x n], que será utilizada no modo Q. Se a comparação for entre colunas, obtém-se uma matriz inicial de coeficientes de similaridade inicial [p x p], que será utilizada no modo R.
- Diversas medidas de similaridade tem sido propostas, somente duas são geralmente usadas: o coeficiente de correlação de Pearson e a medida de distância euclidiana.
- Se as variáveis forem padronizadas a partir da matriz inicial de dados, dando o mesmo peso a cada uma delas, qualquer um desses coeficientes poderá ser diretamente transformado no outro.

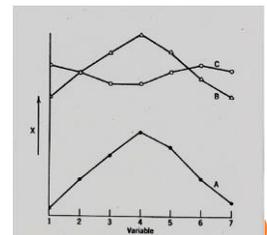
11

- Coeficiente de similaridade: correlação
- Coeficiente de dissimilaridade: distância
- Coeficiente de correlação/Pearson

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

- Distância euclidiana

$$D_{i,j} = \sqrt{\sum_{k=1}^n (x_{ik} - x_{jk})^2} / n$$



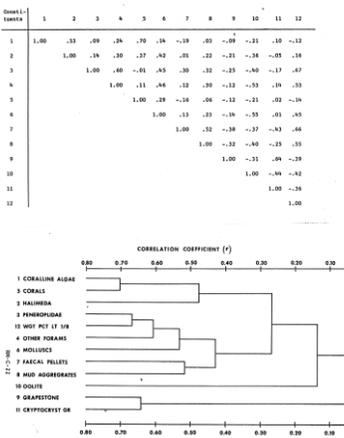
- Na matriz de coeficientes de similaridade, estes representam o grau de semelhança entre pares de objetos e os mesmos deverão ser arranjados de acordo com os respectivos graus de similaridade de modo a ficarem agrupados segundo uma disposição hierárquica.
- Os resultados quando organizados em gráfico, do tipo **dendrograma**, mostrarão as relações das amostras agrupadas.

13

## DENDROGRAMA

- Nele estão dispostas linhas ligadas segundo os níveis de similaridade que agruparam pares de espécimes ou de variáveis.
- Como este gráfico é uma simplificação em duas dimensões de uma relação n-dimensional é inevitável que algumas distorções quanto à similaridade apareçam.
- A medida de tal distorção pode ser obtida por um coeficiente de correlação, dito "cofenético", entre os valores da matriz inicial de similaridade e aqueles derivados do dendrograma.

14



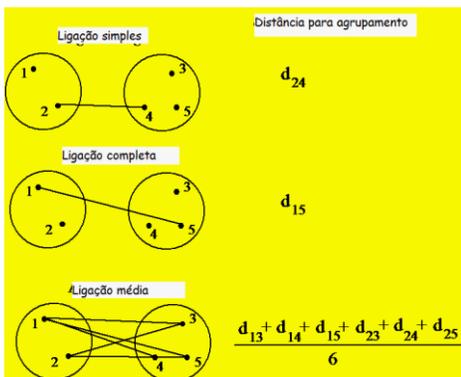
15

## TÉCNICAS DE AGRUPAMENTOS

- **ligação simples** (*single linkage method* ou *nearest neighbor*);
- **ligação completa** (*complete linkage method* ou *farthest neighbor*);
- **agrupamento pareado proporcionalmente ponderado** (*weighted pair-group method*, WPGM);
- **agrupamento pareado igualmente ponderado** (*unweighted pair-group method*, UPGM);
- **variância mínima** (*minimum variance clustering* ou *Ward's method of sum-of-squares method*).

16

## MÉTODOS DE AGRUPAMENTOS



17

## MÉTODO DE WARD

- Agrupamentos ótimos que minimizam a variação intra-grupos e maximizam a variação entre-grupos

18

**MATRIZ INICIAL DE CORRELAÇÕES**

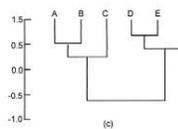
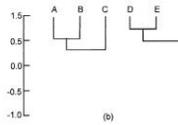
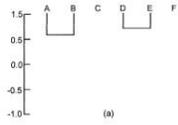
	A	B	C	D	E	F
A	1.00	0.57	0.12	-0.65	-0.62	-0.39
B	0.57	1.00	0.46	-0.79	-0.72	-0.72
C	0.12	0.46	1.00	0.58	-0.61	-0.52
D	-0.65	-0.79	-0.58	1.00	0.66	0.41
E	-0.62	-0.72	0.61	0.66	1.00	0.40
F	-0.39	-0.72	-0.52	0.41	0.40	1.00

**MATRIZ DE CORRELAÇÕES PAREADAS**

	AB	C	DE	F
AB	1.00	0.29	-0.70	-0.65
C	0.29	1.00	-0.59	-0.52
DE	-0.70	-0.59	1.00	0.41
F	-0.65	-0.52	0.41	1.00

**MATRIZ FINAL DE CORRELAÇÕES**

	ABC	DEF
ABC	1.00	-0.59
DEF	-0.59	1.00



**Dados no espaço multidimensional**  
**Dendrograma: imagem distorcida em 2D**  
**Coefficiente cofenético**

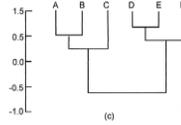
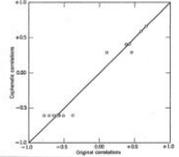


TABLE 7.14. Matrix of Correlations between Six Sections, Using Variables Measured on Thin Sections

	A	B	C	D	E	F
A	1.00	0.57	0.12	-0.65	-0.62	-0.39
B	0.57	1.00	0.46	-0.79	-0.72	-0.72
C	0.12	0.46	1.00	-0.58	-0.61	-0.52
D	-0.65	-0.79	-0.58	1.00	0.66	0.41
E	-0.62	-0.72	-0.61	0.66	1.00	0.40
F	-0.39	-0.72	-0.52	0.41	0.40	1.00

TABLE 7.14. Matrix of Cophenetic Correlations Computed from Dendrogram in Figure 7.9

	A	B	C	D	E	F
A	1.00	0.57	0.29	-0.59	-0.59	-0.59
B	0.57	1.00	0.29	-0.59	-0.59	-0.59
C	0.29	0.29	1.00	-0.59	-0.59	-0.59
D	-0.59	-0.59	-0.59	1.00	0.41	0.41
E	-0.59	-0.59	-0.59	0.41	1.00	0.41
F	-0.59	-0.59	-0.59	0.41	0.41	1.00



	r's	d's
AB	0.57	0.57
AC	0.12	0.29
AD	-0.65	-0.59
AE	-0.62	-0.59
AF	-0.39	-0.59
BC	0.46	0.29
BD	-0.79	-0.59
BE	-0.07	-0.59
BF	-0.72	-0.59
CD	-0.58	-0.59
CE	-0.61	-0.59
CF	-0.52	-0.59
DE	0.66	0.66
DF	0.41	0.41
EF	0.40	0.41

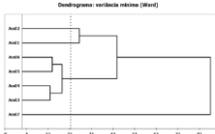
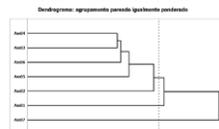
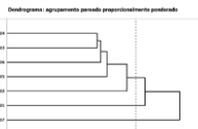
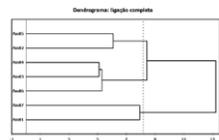
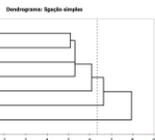
Coefficiente cofenético: 0,947

**Matriz de dados: 7 amostras com 6 variáveis**

ID	V01	V02	V03	V04	V05	V06
Am01	1	2	3	4	5	6
Am02	5	4	1	8	7	9
Am03	6	5	4	2	7	9
Am04	6	4	2	1	3	7
Am05	9	2	1	4	7	8
Am06	9	6	3	4	5	6
Am07	1	5	9	7	5	3

**Matriz de similaridades inicial: distância euclidiana**

	Am01	Am02	Am03	Am04	Am05	Am06	Am07
Am01	0.0	7.3	7.2	6.6	8.7	8.9	7.9
Am02	7.3	0.0	6.9	8.4	6.1	7.3	11.0
Am03	7.2	6.9	0.0	5.1	5.7	5.3	10.7
Am04	6.6	8.4	5.1	0.0	6.3	5.3	11.4
Am05	8.7	6.1	5.7	6.3	0.0	5.3	13.2
Am06	8.9	7.3	5.3	5.3	5.3	0.0	10.9
Am07	7.9	11.0	10.7	11.4	13.2	10.9	0.0



**Diversos coeficientes binários utilizam o critério "presente-ausente"**

		OBJETO A	
		presente	ausente
OBJETO B	colorido	a	b
	ausente	c	d

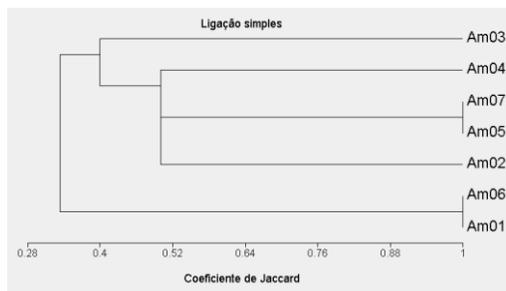
- COEFICIENTE DE SIMILARIDADE
  - Jaccard:  $a/(a+b+c)$
  - Otsuka:  $a/\sqrt{(a+b)(a+c)}$
  - Fager:  $a/\sqrt{(a+b)(a+c)}$   $1/2\sqrt{(a+b)(a+c)}$
- COEFICIENTE DE ASSOCIAÇÃO
  - Yule:  $(ad-bc)/\sqrt{(ad+bc)}$
  - Phi:  $(ad-bc)/\sqrt{(a+b)(a+c)(b+d)(c+d)}$
- COEFICIENTE DE EQUIPARAÇÃO
  - Simples:  $(a+d)/N$
  - Homom:  $(a+d-b-c)/N$
  - Sokal:  $a/N$
- COEFICIENTE DE DISTÂNCIA
  - Sokal:  $\sqrt{(b+c)/N}$

	V01	V02	V03	V04	V05	V06
Am01	1	1	0	0	0	1
Am02	0	0	1	1	0	0
Am03	0	1	1	0	0	0
Am04	1	1	1	1	1	0
Am05	0	0	1	1	1	1
Am06	1	1	0	0	0	1
Am07	0	0	1	1	1	1

25

	Am01	Am02	Am03	Am04	Am05	Am06	Am07
Am01	1.000						
Am02	0.000	1.000					
Am03	0.250	0.333	1.000				
Am04	0.333	0.400	0.400	1.000			
Am05	0.167	0.500	0.200	0.500	1.000		
Am06	1.000	0.000	0.250	0.333	0.167	1.000	
Am07	0.167	0.500	0.200	0.500	1.000	0.167	1.000

26



27

- Métodos pareados igualmente ponderado são superiores aos demais
- Coeficiente distância usualmente agrupa melhor espécimes ou amostras, enquanto o coeficiente de correlação é recomendado para o agrupamento entre variáveis
- Correlação cofenética com valores abaixo de 0,8 indicam distorções significativas no dendrograma obtido.

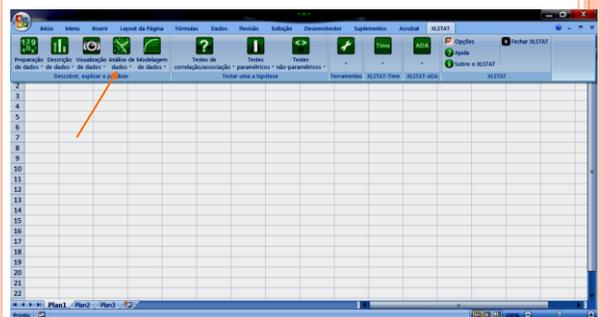
28

## Análise de agrupamentos: XLStat

- Aplicar a “análise de agrupamentos/modo Q” (coeficiente de correlação/ (agrupamento pareado igualmente pareado- UPGM) aos dados do exercício 01
- Para o caso das amostras retiradas a uma profundidade de 0-20 cm:
  - 1) Padronizar as variáveis: Preparação de dados/Transformação de variáveis/Padronizar (n-1). Usar a matriz de dados padronizados para a análise de agrupamentos.
  - 2) Usar a matriz de dados originais, mas em Opções: centrar/reduzir/colunas.
  - Comparar os dois dendrogramas resultantes.
- Para o caso das amostras retiradas a uma profundidade de 60-80 cm:
  - Aplicar apenas o procedimento (2).
- Verificar para ambos os casos se os agrupamentos encontrados mostram algum padrão espacial.

29

## XLStat



30

0-20 cm de profundidade

ID	Areia	Silte	Argila	pH	Ca	Mg	K	Al	H	P	MO
ST12	66	16	16	4.1	0.7	0.2	0.05	0.9	4.9	7	3.1
ST11	76	10	14	3.9	0.1	0	0.06	1	2.8	4	2
ST14	76	6	19	4	0.1	0	0.06	1	2.8	4	1.7
ST114	71	11	18	4.1	0.1	0	0.05	0.6	2.8	3	1.7
ST123	71	12	17	4.1	0.1	0	0.06	0.6	3	19	1.9
ST13	76	9	16	4	0.3	0	0.05	0.8	3.4	35	2.3
ST15	67	8	25	4.2	0.1	0	0.06	0.9	2.7	3	1.8
ST16	71	6	24	4.1	0.1	0	0.06	1	2.8	3	1.7
ST111	67	8	25	4.1	0.1	0	0.05	0.7	3.3	3	2
ST123	63	9	27	4.2	0.1	0	0.05	0.6	3.6	3	1.9
ST115	70	11	19	4.2	0.1	0.1	0.06	0.4	2.9	4	1.7
ST116	69	10	21	4.1	0.1	0	0.03	0.7	3.5	4	2.3
ST117	69	10	21	3.9	0.1	0	0.06	1	3.7	6	2.5
ST18	71	7	22	4.1	0.2	0.1	0.09	0.6	3.6	5	2.2
ST118	75	7	18	4.2	0.1	0.1	0.06	0.5	2.8	3	1.9
ST17	62	14	24	4	0.2	0.1	0.09	2.2	10.6	19	8.5
ST122	52	29	25	3.9	0.1	0	0.06	3.1	16.5	14	14.2
ST5	66	3	32	3.9	0.2	0.4	0.08	1.36	2.44	2	1.4
ST6	73	1	26	4	0.1	0	0.05	1.28	3.22	3	2.2
ST9	80	3	17	3.7	0.1	0	0.05	1.44	2.56	2	1.9
ST10	74	2	24	3.8	0.1	0	0.08	2	3.2	4	2.7
ST12	75	6	19	4	0.1	0	0.07	1.44	2.16	4	1.5
ST12	76	3	18	4	0.1	0	0.09	1.36	2.64	3	2
ST13	73	4	23	4	0.1	0	0.06	1.64	2.06	2	1.1
ST15	63	7	30	3.9	0.1	0.1	0.1	2.92	4.88	6	2.6
ST18	73	5	22	4	0.1	0	0.06	1.44	2.16	11	1.9
ST1	73	13	15	4	0.1	0.1	0.06	1.36	2.64	3	1.9
ST2	78	11	9	4.1	0.3	0.2	0.1	1.28	3.42	4	2.5
ST3	68	15	16	3.9	0.1	0	0.05	1.44	2.76	3	2.1
ST7	69	5	26	4	0.3	0.6	0.08	1.44	2.16	3	1.6
ST8	63	11	26	4	0.2	0.1	0.09	2	4.8	14	2.4
ST14	66	6	28	4	0.1	0	0.07	1.36	3.34	3	2.6
ST16	66	6	28	4	0.2	0.1	0.07	1.28	3.22	3	1.7
ST19	75	4	21	4	0.1	0	0.11	1.19	1.36	3	1.8
ST17	62	7	32	4	0.1	0	0.06	1.32	3.68	3	2.1
ST4	81	0	26	4	0.5	0.3	0.15	1.28	3.22	7	2.2

Dados padronizados

$$z_i = \frac{(x_i - \bar{x})}{s_x}$$

ID	Areia	Silte	Argila	pH	Ca	Mg	K	Al	H	P	MO	
ST12	-0.364	0.678	-1.111	0.763	0.241	1.000	-0.738	-0.499	0.471	-0.117	0.242	
ST11	1.016	0.406	-1.494	-1.036	-0.458	-0.532	-0.329	-0.374	-0.324	-0.335	-0.235	
ST14	1.016	-0.442	-0.550	-0.126	-0.468	-0.532	-0.329	-0.374	-0.324	-0.335	-0.235	
ST114	0.153	0.818	-0.739	0.783	-0.468	-0.532	-0.329	-0.374	-0.324	-0.486	-0.360	
ST118	0.153	0.820	-0.828	0.783	-0.468	-0.532	-0.329	-0.374	-0.324	-0.486	-0.328	
ST13	1.016	0.194	-1.117	-0.526	1.113	-0.532	-0.329	-0.374	-0.625	-0.097	4.344	-0.195
ST15	-0.537	-0.918	-0.602	1.693	-0.468	-0.532	-1.864	-0.690	-0.362	-0.486	-0.328	
ST16	0.153	-0.442	0.393	0.783	-0.468	-0.532	-0.329	-0.374	-0.324	-0.486	-0.360	
ST111	-0.537	-0.918	-0.602	1.693	-0.468	-0.532	-1.864	-0.690	-0.362	-0.486	-0.328	
ST123	-1.227	0.194	0.959	1.693	-0.468	-0.532	-1.864	-0.690	-0.362	-0.486	-0.328	
ST115	-0.619	0.618	-0.660	1.693	-0.468	-0.532	-1.864	-0.690	-0.362	-0.486	-0.328	
ST116	-0.192	0.406	-0.173	0.783	-0.468	-0.532	-1.864	-0.690	-0.362	-0.486	-0.328	
ST117	-0.192	0.406	-0.173	0.783	-0.468	-0.532	-1.864	-0.690	-0.362	-0.486	-0.328	
ST18	0.153	-0.230	0.016	0.783	0.327	0.234	0.897	-0.876	-0.021	-0.184	-0.148	
ST118	0.844	-0.230	-0.739	1.693	-0.468	-0.532	-0.329	-1.864	-0.690	-0.486	-0.278	
ST17	-1.400	1.254	0.393	1.526	0.327	0.234	0.897	-1.131	2.628	1.929	2.684	
ST119	-3.105	3.162	0.680	1.036	-0.468	-0.532	-0.329	-1.864	-0.690	-0.486	-0.278	
ST5	-0.709	-1.078	1.903	1.036	0.327	0.234	0.897	-1.131	2.628	1.929	2.684	
ST6	0.498	-1.502	0.771	1.036	-0.468	-0.532	-0.329	-1.864	-0.690	-0.486	-0.278	
ST9	1.706	-1.078	-0.928	-0.865	-0.468	-0.532	-0.329	-1.864	-0.690	-0.486	-0.278	
ST10	0.671	-1.290	0.393	1.845	-0.468	-0.532	0.488	0.880	-0.173	-0.335	0.689	
ST12	0.844	-0.442	-0.660	-0.126	-0.468	-0.532	-0.329	-0.374	-0.324	-0.486	-0.360	
ST122	1.534	-0.978	-0.739	1.036	-0.468	-0.532	0.897	0.077	-0.385	-0.486	-0.278	
ST13	0.498	-0.866	-0.204	-0.126	-0.468	-0.532	-0.329	-0.374	-0.324	-0.664	-0.637	
ST15	-1.227	-0.230	1.526	-1.036	-0.468	-0.532	0.234	1.305	0.779	0.463	-0.034	0.926
ST18	0.498	-0.866	-0.204	-0.126	-0.468	-0.532	-0.329	-0.374	-0.324	-0.664	-0.637	
ST1	0.498	1.042	-1.305	1.036	-0.468	-0.532	-0.329	0.077	-0.385	-0.184	-0.278	
ST2	1.305	1.042	-0.438	0.783	1.113	1.000	1.305	0.023	-0.090	-0.335	-0.018	
ST3	-0.364	1.406	-1.117	-1.036	-0.468	-0.532	-0.329	-0.374	-0.324	-0.486	-0.360	
ST7	-0.192	-0.664	0.771	1.036	-0.468	-0.532	-0.329	-1.864	-0.690	-0.486	-0.278	
ST8	-1.227	0.818	0.771	1.036	0.327	0.234	0.897	0.880	0.433	1.174	0.941	
ST14	-0.709	-0.442	1.148	-0.126	-0.468	-0.532	0.079	-0.023	-0.165	-0.486	-0.360	
ST16	0.844	-0.866	-0.173	1.036	-0.468	-0.532	1.194	-0.869	-0.869	-0.486	-0.328	
ST19	-0.709	-0.442	1.148	-0.126	-0.468	-0.532	0.079	-0.023	-0.165	-0.486	-0.360	
ST17	-1.400	-0.230	1.903	1.036	-0.468	-0.532	-0.329	0.278	0.009	-0.486	-0.192	
ST4	0.671	-1.714	0.771	-0.126	-0.663	-1.056	3.168	-0.023	-0.165	0.117	-0.148	

31

32

Análise de Cluster Aglomerativa Hierárquic...

Geral  Opções  Dados faltantes  Resultados  Gráficos

Tabela de observações/variáveis:

'0202' \$8 \$1: \$4 \$37  Intervalo:

Planilha  Documento

Formato dos dados:

Tabela de observações/variáveis  Nomes das colunas  Nomes das linhas:

Matriz de proximidade  Pesos das colunas:

Tipo de proximidade:

Similaridades  Dissimilaridades

Coeficiente de correlação de Pearson  Pesos das linhas:

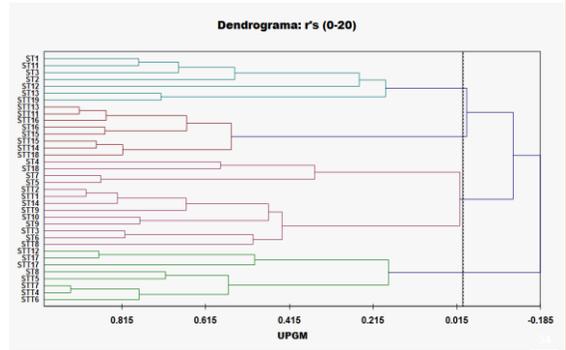
Método de aglomeração:

beta:  Pesos das linhas:

Unweighted pair-group ave  0

OK Cancelar Ajuda

33



Análise de Cluster Aglomerativa Hierárquic...

Geral  Opções  Dados faltantes  Resultados  Gráficos

Agrupar linhas  Variâncias intra-classe:

Agrupar colunas

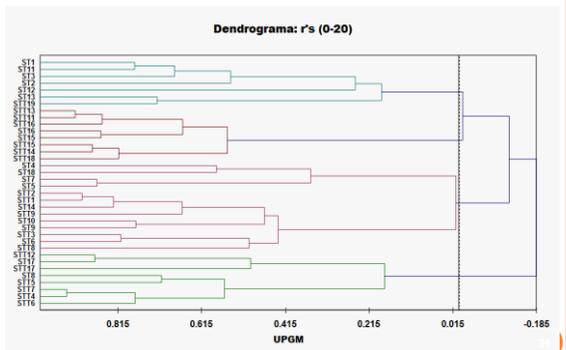
Centrar  Linhas  Reduzir  Colunas

Truncamento:

Automático  Número de classes: 3  Nível: 0.05

OK Cancelar Ajuda

35



- Ambas as análises de agrupamentos fornecem o mesmo resultado.
- Como esperado!

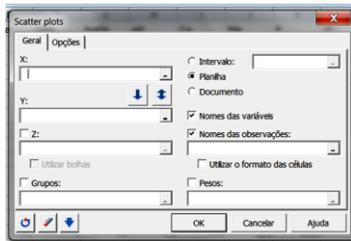
Grupo	1	2	3	4
Objetos	7	13	8	8
Soma dos	7	13	8	8
Variancia	172.960	42.316	29.169	154.309
Distancia	6.077	2.421	1.930	5.927
Distancia	10.716	5.661	4.689	10.483
Distancia	24.503	12.290	7.856	22.650
ST12	ST14	ST14	ST17	
ST11	ST18	ST15	ST17	
ST18	ST5	ST16	ST12	
ST13	ST6	ST11	ST15	
ST1	ST9	ST13	ST8	
ST2	ST10	ST15	ST14	
ST3	ST11	ST16	ST16	
	ST2	ST18	ST17	
	ST3			
	ST8			
	ST7			
	ST9			
	ST4			

Grupo	1	2	3	4
Centroídeos dos grupos				
Grupo	1	2	3	4
Área	72.857	12.571	14.714	4.014
Silte	0.243	0.071	0.064	1.054
Argila	3.274	11.000	3.274	11.000
pH	2.257	1.862	4.077	1.862
Ca	73.092	3.769	22.692	3.962
Mg	0.162	0.108	0.079	1.352
K	0.025	0.046	0.075	2.583
Al	0.025	0.046	0.075	3.050
H	3.250	1.863	3.250	1.863
P	62.875	8.750	22.125	4.150
MO	0.138	0.050	0.075	2.048
Objetos centrais:				
Classe	1	2	3	4
Área	73.000	13.000	15.000	4.000
Silte	0.100	0.060	0.100	1.360
Argila	0.060	0.060	0.060	2.640
pH	5.000	1.900	1.900	1.900
Ca	4.000	4.000	4.000	1.040
Mg	0.000	0.000	0.000	2.060
K	0.000	0.000	0.030	3.500
Al	0.030	0.700	4.000	2.200
H	1.920	4.880	6.000	2.600
P	2.600	6.000	2.600	2.600
MO	1.900	2.000	2.000	2.000

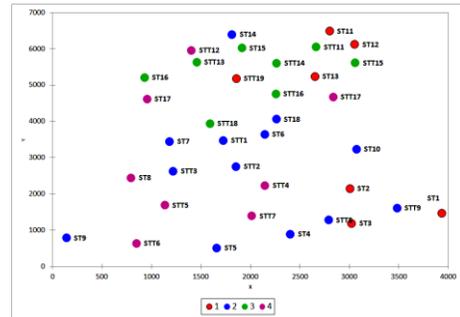
37

38

ID	Grupo	X	Y
ST12	1	3050.64	6123.86
ST11	1	2796.11	6491.86
ST14	2	1810.76	6400.5
ST14	3	2260	5060
ST19	1	1854.26	5189.82
ST13	1	2648.16	5241.34
ST15	4	1911.02	6025.62
ST16	4	327.32	5218.44
ST11	3	2660.74	6025.06
ST13	3	1454.56	5618.5
ST15	4	3055.92	5616.48
ST16	3	2252.82	4759.18
ST17	3	2832.9	4662.18
ST18	3	2258.78	4902.58
ST18	3	1586.34	3943.7
ST17	4	351.32	4625.86
ST12	4	1399.54	5967.04
ST5	2	1657.86	508.42
ST6	2	2141.02	3652.22
ST9	2	236.24	781.96
ST10	2	3068	3242
ST11	2	1723.16	3476.6
ST12	2	1850.06	2756.64
ST13	2	1216.12	2626.44
ST15	4	1130.64	1691.94
ST18	2	2786.12	1280.32
ST1	4	3911.1	1469.28
ST2	1	3001.5	2147.58
ST3	1	3020.5	1187.94
ST7	3	1179.34	3451.5
ST8	4	790.98	2444.98
ST14	4	2142.32	2238.94
ST18	4	643.68	640.34
ST19	2	3478.28	1617.24
ST17	4	2010.16	1393.94
ST4	2	2400.04	891.84

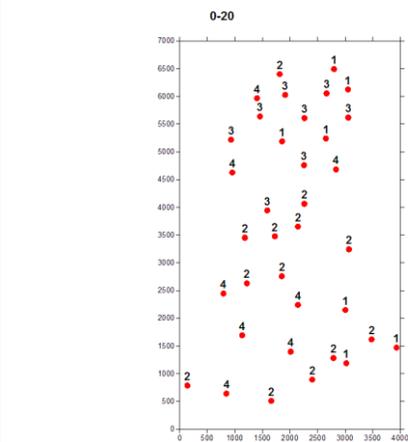


Padrão de distribuição espacial



39

40

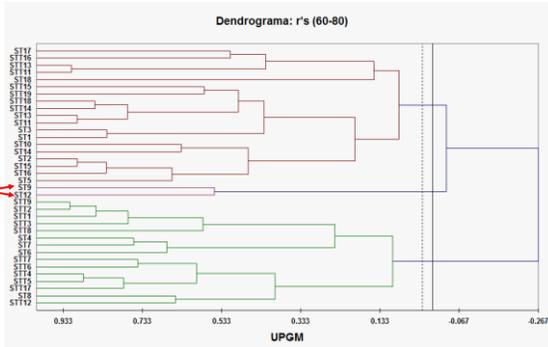


41

60-80 cm de profundidade

ID	Área	Silte	Argila	pH	Ca	K	Al	H	P	MO
ST12	35	14	31	4.1	0.2	0.03	1	2.4	2	1
ST11	79	12	15	4.1	0.1	0.02	0.6	1.4	1	0.7
ST14	71	6	24	4.3	0.1	0.05	0.4	1.6	1	0.7
ST14	71	9	20	4.3	0.1	0.02	0.2	1.9	1	1
ST19	67	12	21	4.3	0.1	0.05	0.4	2.1	2	1.1
ST13	74	10	16	4.2	0.1	0.03	0.5	1.6	1	0.9
ST15	61	10	29	4.4	0.1	0.05	0.2	1.7	1	0.8
ST16	64	7	29	4.3	0.1	0.04	0.5	2.4	1	1
ST11	84	7	29	4.2	0.1	0.01	0.3	2.5	1	1.4
ST13	62	10	29	4.2	0.1	0.02	0.3	2.6	1	1.6
ST12	71	7	20	4.2	0.1	0.05	0.4	2.4	2	1.3
ST16	65	8	27	4.3	0.1	0.06	0.3	2.3	1	2.1
ST17	65	8	27	4	0.1	0.04	0.7	2.7	2	1.4
ST18	57	10	31	4.1	0.1	0.05	0.2	1.8	1	1
ST18	71	9	21	4.2	0.1	0.02	0.8	2	1	1.2
ST17	70	10	21	4.1	0.1	0.05	1	7	1	2.2
ST12	28	13	59	4	0.1	0.02	3.7	12.1	2	1.9
ST3	61	7	13	4.3	0.1	0.08	0.96	1.84	1	0.8
ST6	68	0	32	4.2	0.1	0.06	0.8	1.7	1	0.8
ST9	76	0	24	4.2	0.2	0.03	0.96	1.04	1	0.5
ST10	78	4	26	4.2	0.1	0.03	0.96	1.44	1	0.6
ST11	76	2	23	4	0.1	0.05	1.2	2.1	2	1.1
ST12	77	4	19	4	0.1	0.07	1.36	1.54	2	1.1
ST13	71	7	22	4.1	0.1	0.06	0.88	1.72	2	1
ST15	61	7	32	3.9	0.1	0.06	1.92	4.88	3	2
ST18	72	6	22	4	0.1	0.07	1.2	1.9	6	0.9
ST1	71	15	14	4.2	0.1	0.05	0.88	1.12	1	0.7
ST2	59	13	29	4.4	0.1	0.03	0.32	1.68	1	0.7
ST1	61	18	20	4.1	0.1	0.05	0.88	1.72	1	0.9
ST7	67	5	18	4.2	0.1	0.09	1.12	1.48	1	0.7
ST8	61	9	31	4	0.1	0.05	1.44	2.16	2	0.9
ST14	61	7	32	3.9	0.1	0.05	1.38	2.52	3	2
ST16	64	7	29	4	0.1	0.07	1.28	2.12	2	1.2
ST19	72	4	24	4	0.1	0.07	1.8	2.28	2	1
ST17	60	8	32	4.1	0.1	0.06	1.04	2.26	2	1.4
ST4	57	4	39	4.1	0.1	0.08	1.44	1.66	1	0.6

42



43

Resultados por grupo:

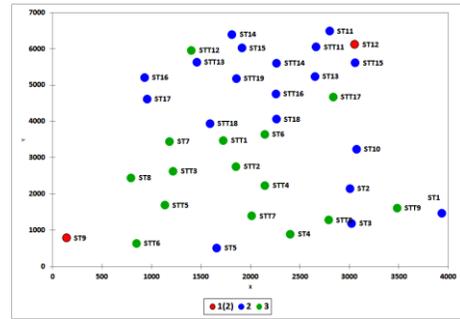
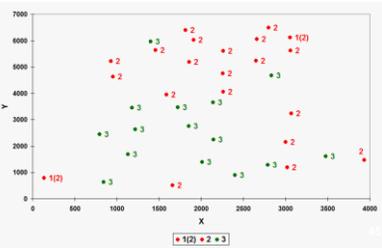
Grupo	1	2	3
Objetos	2	19	15
Soma dos	2	19	15
Variância	344.556	75.258	247.079
Distância	13.125	3.910	1.594
Distância	13.125	7.998	10.617
Distância	13.125	13.235	47.679
ST12	ST11	ST17	
ST9	ST14	ST13	
	ST14	ST6	
	ST19	ST1	
	ST13	ST2	
	ST15	ST3	
	ST16	ST5	
	ST11	ST8	
	ST13	ST7	
	ST15	ST8	
	ST16	ST4	
	ST18	ST6	
	ST18	ST9	
	ST12	ST7	
	ST5	ST4	
	ST10		
	ST1		
	ST2		
	ST3		

Centróides dos grupos:

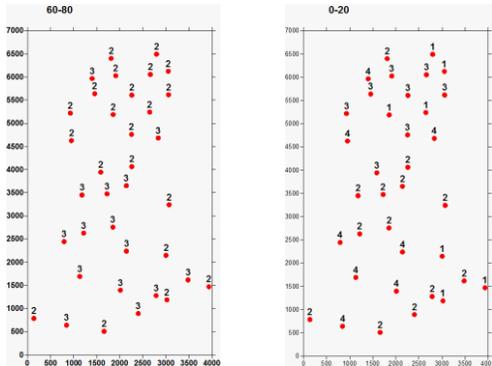
Grupo	Área	Silte	Argila	pH	Ca	K	Al	H	P	NM0
1	65.500	7.000	27.500	4.150	0.200	0.030	0.980	1.720	1.500	0.750
2	66.684	9.684	24.000	4.232	0.100	0.039	0.532	2.174	1.105	1.116
3	64.000	6.067	30.067	4.040	0.100	0.059	1.411	2.808	2.200	1.200

44

ID	Grupo	X	Y
ST12	1(2)	3050.64	6123.86
ST11	2	2796.1	6491.86
ST14	2	1810.76	6400.5
ST14	2	2290	5608
ST19	3	1854.26	5189.83
ST13	2	2648.16	5241.34
ST15	2	1911.02	6028.62
ST16	2	927.32	5218.44
ST11	2	2660.74	6055.06
ST13	2	1454.56	5638.5
ST15	2	3025.92	5618.48
ST16	2	2252.82	4759.18
ST17	3	2832.9	4682.18
ST18	2	2258.78	4062.58
ST18	2	1586.34	3943.7
ST17	2	951.82	4625.86
ST12	1	1399.54	5967.04
ST5	3	1657.80	508.42
ST6	3	2141.02	3652.22
ST9	1(2)	136.24	785.90
ST10	3	3060	1242
ST11	3	1723.16	3476.6
ST2	1	1850.06	2756.64
ST3	1	1216.12	2638.44
ST5	1	1130.04	1651.94
ST8	1	2786.12	1280.32
ST1	2	3931.1	1469.28
ST2	2	3005.5	2147.88
ST3	2	3020.5	1187.94
ST7	1	1179.34	3451.5
ST8	1	795.98	2444.98
ST4	1	2142.32	2238.94
ST6	1	843.68	640.34
ST9	1	3478.28	1617.34
ST7	1	2015.16	1395.94
ST4	1	2400.04	891.84



46

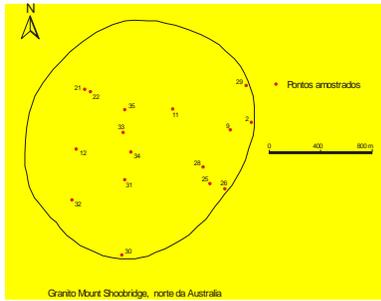


Padrão de distribuição espacial não é o mesmo para ambas as profundidades

47

### Exemplo com enfoque espacial

- Rhodes (1969) ao estudar o granito "Mount Shoobridge" no norte da Austrália conseguiu mapear o corpo subdividindo-o em três zonas petrográficas: **granodiorito marginal**, **granodiorito porfírico** e **adamelito leucocrático** na região central.
- Nesse estudo efetuou análises químicas para óxidos e elementos traços.



### Dados originais

ID	Si	Ti	Al	Fe	Mn	Mg	Ca	Na	K	P	Rb	Sr	Y	Th	U	Zr	Nb	Pb
35	73	0,08	14,1	0,64	0,01	0,17	0,7	3,66	5,16	0,03	228	180	9	16	13,8	112	18,5	352
11	71,6	0,23	14,6	1,91	0,02	0,54	1,61	3,63	4,59	0,08	193	340	6	30	10	196	17,6	40
33	71,3	0,24	14,6	1,84	0,02	0,52	1,21	3,59	4,93	0,08	218	305	7	30	8,5	191	19,9	34
34	65,2	0,46	15	4,03	0,06	2,16	2,08	3,45	4,99	0,22	170	586	14	39	10,4	273	19,6	37
12	64,6	0,54	15,8	4,7	0,09	2,45	2,48	3,19	5,36	0,3	176	754	15	36	8,9	277	20,9	33
31	63,9	0,52	15,4	4,55	0,07	2,14	2,52	3,1	3,35	0,28	185	766	15	41	10,9	297	19	36
22	63,6	0,52	15,5	4,64	0,07	2,43	2,2	3,15	5,18	0,29	134	733	15	39	9,2	290	20	31
25	60,4	0,66	15,9	5,68	0,09	2,78	3,54	3,24	5,66	0,38	172	917	16	34	8,4	301	18,9	49
28	59,6	0,68	16,7	5,98	0,08	2,73	3,92	2,92	5,17	0,37	165	954	17	27	8,6	308	17,4	32
29	60,1	0,65	15,8	6,11	0,09	3,52	3,54	3,06	5,2	0,38	160	916	17	29	7	261	17,3	43
30	55,4	0,68	15,8	7,67	0,14	4,17	4,75	2,17	5,85	0,37	140	828	19	22	5,2	241	12,9	75
26	56,6	0,67	16,1	7,53	0,13	4,07	4,55	2,36	5,26	0,35	159	903	20	24	5,6	255	15,1	35
9	57,5	0,63	15,9	7,1	0,11	3,94	3,99	1,95	5,99	0,38	155	939	20	29	6	237	16,1	48
26	56,6	0,68	16,4	7,48	0,12	4,62	4,33	1,98	5,59	0,39	152	1055	20	28	7,4	234	13,7	55
2	57,4	0,67	15,7	7,31	0,12	4,48	4,87	2,06	4,69	0,39	166	924	22	27	7,7	243	14,6	46
32	54,5	0,72	15,8	8,05	0,13	5,37	5,37	2,14	4,88	0,45	135	961	19	17	5,7	188	14,5	36

### Dados padronizados

ID	SiO2	TiO2	Al2O3	Fe2O3	MnO	MgO	CaO	Na2O	K2O	P2O5	Rb	Sr	Y	Th	U	Zr	Nb	Pb
35	1,9	-2,4	-2,2	-2	-1,8	-1,7	-1,8	1,3	0,1	-2,1	2,2	-2,2	-1,4	-1,8	2,4	-2,5	0,5	3,7
11	1,6	-1,6	-1,4	-1,5	-1,5	-1,5	-1,1	1,2	-0,9	-1,7	0,9	-1,6	-2	0,1	0,7	-0,9	0,1	-0,3
33	1,6	-1,5	-1,3	-1,5	-1,5	-1,5	-1,4	1,2	-0,3	-1,7	1,8	-1,7	-1,8	0,1	0,1	-1	1,1	-0,3
34	0,5	-0,4	-0,8	-0,6	-0,6	-0,5	-0,8	0,9	-0,2	-0,6	0	-0,6	-0,4	1,3	0,9	0,6	0,9	-0,3
12	0,4	0	0,4	-0,3	-0,1	-0,3	-0,5	0,5	0,4	0	0,3	0	-0,1	0,9	0,3	0,6	1,5	-0,4
31	0,3	-0,1	-0,3	-0,3	-0,3	-0,5	-0,5	0,4	-2,9	-0,1	0,6	0	-0,1	1,6	1,1	1	0,7	-0,3
22	0,3	-0,1	0	-0,3	-0,3	-0,3	-0,7	0,5	0,1	0	-1,3	-0,1	-0,1	1,3	0,4	0,9	1,1	-0,4
25	-0,3	0,6	0,5	0,2	0,2	-0,1	0,2	0,6	0,9	0,7	0,1	0,6	0,1	0,6	0	1,1	0,7	-0,2
28	-0,4	0,7	1,6	0,3	-0,1	-0,1	0,5	0,1	0,1	0,6	-0,2	0,8	0,3	-0,3	0,1	1,2	0,1	-0,4
21	-0,3	0,6	0,4	0,3	0,2	0,4	0,2	0,3	0,1	0,7	-0,3	0,6	0,3	0	-0,6	0,3	0	-0,2
30	-1,1	0,7	0,4	1	1,4	0,8	1,1	-1,1	1,2	0,6	-1,1	0,3	0,7	-1	-1,4	-0,1	-1,7	0,2
29	-0,9	0,7	0,8	1	1,1	0,8	0,9	-0,8	0,2	0,4	-0,4	0,6	0,9	-0,7	-1,2	0,2	-0,9	-0,3
9	-0,8	0,5	0,5	0,8	0,6	0,7	0,5	-1,4	1,4	0,7	-0,5	0,7	0,9	0	-1	-0,1	-0,5	-0,2
26	-0,9	0,7	1,2	0,9	0,9	1,1	0,8	-1,4	0,8	0,7	-0,6	1,1	0,9	-0,2	-0,4	-0,2	-1,4	-0,1
2	-0,8	0,7	0,3	0,9	0,9	1	1,2	-1,3	-0,7	0,7	-0,1	0,6	1,3	-0,3	-0,3	0	-1,1	-0,2
32	-1,3	0,9	0,1	1,2	1,1	1,6	1,5	-1,1	-0,4	1,2	-1,3	0,8	0,7	-1,7	-1,2	-1,1	-1,1	-0,3

